

CONCOURS D'ENTREE EN 1ère ANNEE DU CYCLE INGENIEURS 1994

SERIES M et P

COMPOSITION DE PHYSIQUE I

Vendredi 27 mai 1994 de 14 h à 18 h

On tiendra compte dans la note de l'orthographe et de la présentation (jusqu'à - 10 %) ainsi que de la correction du style et de la richesse de la langue.

"L'usage de la calculatrice est autorisé".

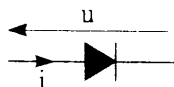
Cette épreuve comporte deux problèmes complètement indépendants.

Premier problème

I - AMPLIFICATEUR LOGARITHMIQUE ET ANTILOGARITHMIQUE

I-A. Principe

On considère une diode pour laquelle la relation entre i et u , tension aux bornes, est, pour de faibles valeurs de u et lorsqu'elle est passante :



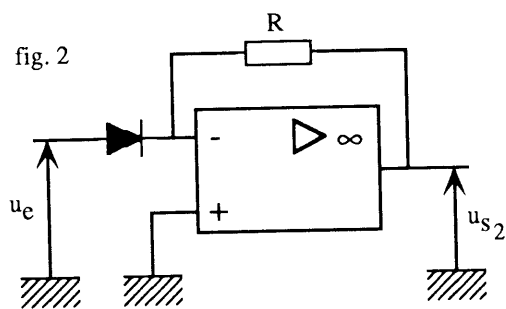
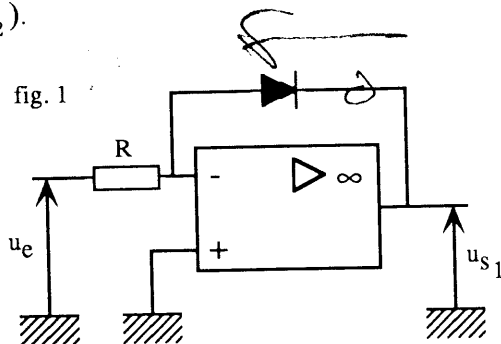
$$i = i_0 \left[\exp \left(\frac{qu}{kT} \right) - 1 \right]$$

Avec $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$, $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{J.K}^{-1}$ constante de Boltzmann, T température absolue et i_0 courant de fuite. Pour les applications numériques on supposera que la température est de 25°C .

On suppose que u varie dans une plage telle $\exp \left(\frac{qu}{kT} \right) \gg 1$. Le courant i est alors égal à $i_{\text{app}} = i_0 \exp \left(\frac{qu}{kT} \right)$.

1. Si on admet une imprécision relative de 0,1 % sur i , à partir de quelle valeur de u peut-on assimiler i à i_{app} ?
2. On considère les montages représentés en figure 1 et en figure 2 utilisant un amplificateur opérationnel idéal fonctionnant en mode linéaire et la diode précédente travaillant sur un

domaine tel que $i \approx i_{app}$. Exprimer u_s en fonction de u_e pour les deux montages (notée u_{s1} et u_{s2}).



3. Les expressions obtenues pour u_{s1} et u_{s2} sont-elles correctes pour toutes valeurs de u_e ? Quels sont les phénomènes physiques qui modifient les expressions précédentes ?

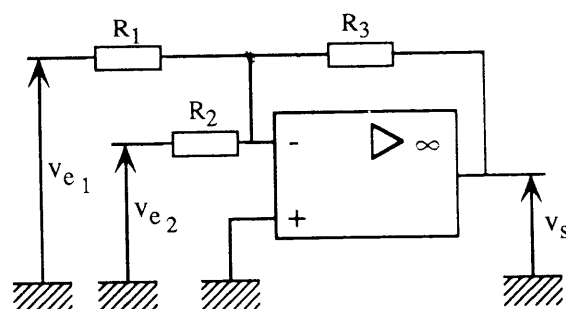
Les montages précédents sont des schémas de principe d'amplificateur logarithmique (L) et antilogarithmique (AL). La construction de tels amplificateurs s'avère dans la pratique plus compliquée car il faut tenir compte des phénomènes évoqués en A3). On admettra qu'on dispose par la suite de tels amplificateurs fonctionnant dans une large plage de valeurs de u_e . On notera ainsi (avec u_1 et u_2 constantes positives) :

$$\text{Ampli. (L)} \quad u_s = -u_1 \cdot \ln\left(\frac{u_e}{u_2}\right) \quad \text{et} \quad \text{Ampli. (AL)} \quad u_s = -u_2 \exp\left(\frac{u_e}{u_1}\right).$$

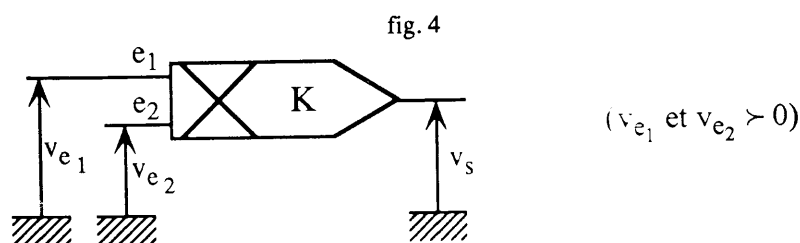
I-B. Applications

1. On considère le montage représenté en figure 3 (l'amplificateur opérationnel est idéal et fonctionne en mode linéaire).

- a) Exprimer v_s en fonction de v_{e1} et v_{e2} .
b) Comment qualifierait-on un tel montage dans le cas $R_1 = R_2 = R_3$?



2. Donner le schéma d'un multiplicateur réalisé avec les trois montages précédents. Par la suite le multiplicateur sera représenté par le schéma de la figure 4



On supposera dans tout le problème que ce multiplicateur se comporte comme un générateur idéal de tension vis à vis des éléments branchés à ses bornes. $v_s = K v_{e1} v_{e2}$ ($K < 0$).

3. Exprimer $V_s = f(V_e)$ pour le montage représenté en figure 5 si v_e est positif (l'amplificateur opérationnel est idéal et fonctionne en mode linéaire). Pour obtenir une relation analogue entre V_s et V_e , comment doit-on modifier le montage si V_e est négative ?

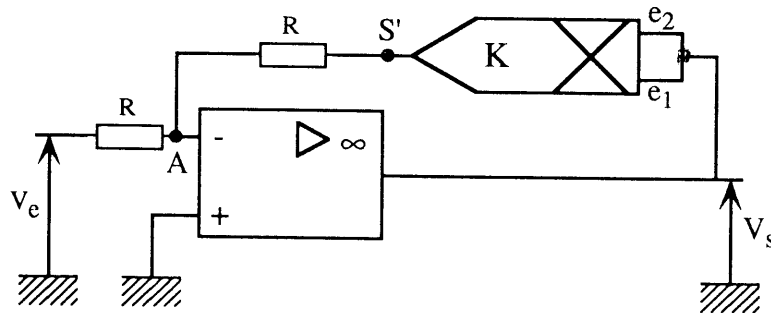


fig. 5

I-C. Mesure d'une tension efficace

On rappelle que la tension efficace d'une tension variable $v(t)$ est égale à la valeur de la tension continue qui, appliquée à un résistor de résistance R , produirait, par unité de temps, le même dégagement de chaleur que la tension $v(t)$ appliquée à R .

1. Donner à l'aide d'une intégrale l'expression de V_{eff} valeur efficace de $v(t)$, supposée périodique de période T .
2. Donner V_{eff} pour la tension définie sur une période par :

$$v(t) = V \sin \omega t \text{ si } 0 \leq t \leq T/2 \text{ et } v(t) = 0 \text{ si } T/2 \leq t \leq T$$

3. On considère le filtre RC en sortie ouverte représenté en figure 6. On posera $\omega_c = 1/(RC)$. Donner en régime sinusoïdal forcé la fonction de transfert $H(j\omega)$ en tension, rapport des amplitudes complexes des tensions $u_s(t)$ et $u_e(t)$: $H(j\omega) = \underline{U_s} / \underline{U_e}$. Comment peut-on qualifier un tel filtre ? Donner en régime sinusoïdal forcé l'expression générale de $u_s(t)$, si $u_e(t) = U_e \sin \omega t$. On envisagera de plus les cas $\omega \ll \omega_c$ et $\omega \gg \omega_c$.

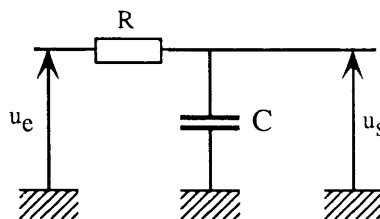


fig. 6

4. On considère le montage représenté en figure 7. $v_e(t)$ est un signal périodique, non forcément sinusoïdal, de période $T = 2\pi/\omega$. Montrer qu'en imposant une condition sur ω_c et en complétant le schéma, alors v_s est proportionnelle à la valeur efficace de $v_e(t)$. On

expliquera soigneusement le rôle des différents éléments et on prendra comme exemple d'application la tension créneau définie par :

$$v_e(t) = V_e \text{ pour } 0 \leq t \leq T/2 \text{ et } v_e(t) = 0 \text{ pour } T/2 \leq t \leq T$$

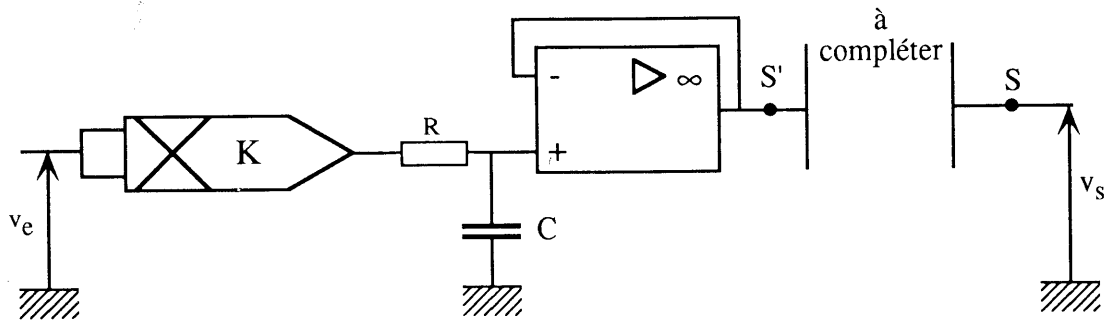


fig. 7

II - ETUDE D'UN CIRCUIT DE FILTRAGE

II-A. Cellule avec diode

Le montage représenté en figure 8, utilise une diode. La tension appliquée est suffisamment grande pour négliger toute courbure de la caractéristique $i = i(u)$. On considérera ainsi dans une première approche que la diode est parfaite, de résistance nulle en direct, et de conductance nulle en inverse. On néglige de plus tout effet de seuil. Ainsi la tension aux bornes de la diode u est nulle quand elle est passante. On posera $\tau_0 = R_0 C_0$ et on supposera qu'à $t = 0$ le condensateur n'est pas chargé.

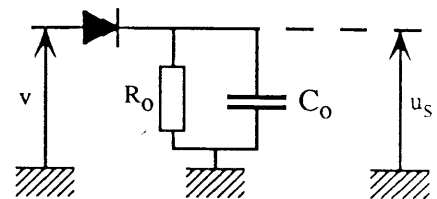


fig. 8

On impose une tension d'entrée $v(t) = 0$ si $t \leq 0$ et $v(t) = V \sin \omega t$ si $t \geq 0$.

1. Donner l'expression de $u_s(t)$ et de $i(t)$, courant dans la diode lorsqu'elle est passante. A quel instant t_1 la diode se bloque-t-elle ?
2. Donner l'expression de $u_s(t)$ lorsque la diode est bloquée. A quel instant t_2 la diode redevient-elle passante ?
3. Représenter $u_s(t)$ entre 0 et $2T$ ($T = 2\pi/\omega$) dans les cas $\tau_0 \ll T$ et $\tau_0 \gg T$.
4. On suppose qu'en direct la diode se comporte maintenant comme un résistor de résistance r . Ecrire l'équation différentielle reliant u_s et v lorsque la diode est passante. Justifier que si $r \ll R_0$, le régime forcé est pratiquement atteint instantanément dans le cas $\tau_0 \ll T$, et donner alors l'expression de u_s . Les résultats des questions précédentes sont-ils beaucoup modifiés ?

II-B. Applications

1. On branche en parallèle de C_0 un voltmètre continu de très grande résistance interne. Quel appareil l'ensemble (diode, $R_0 C_0$, voltmètre) constitue-t-il dans le cas $\tau_0 \gg T$?

2. On applique maintenant en entrée le signal :

$$v(t) = V_0 (1 + m \sin \omega_1 t) \sin \omega_2 t \text{ avec } \omega_2 \gg \omega_1 \text{ et } 0 < m \leq 1$$

- Représenter $v(t)$ dans le cas $m < 1$.
- Donner l'allure de $u_s(t)$. Il n'est pas demandé son expression analytique.
- Comment peut-on qualifier un tel circuit lorsqu'un tel signal lui est appliqué ?

Deuxième problème : Diffraction à l'infini par une ouverture rectangulaire.
Principe de l'holographie.

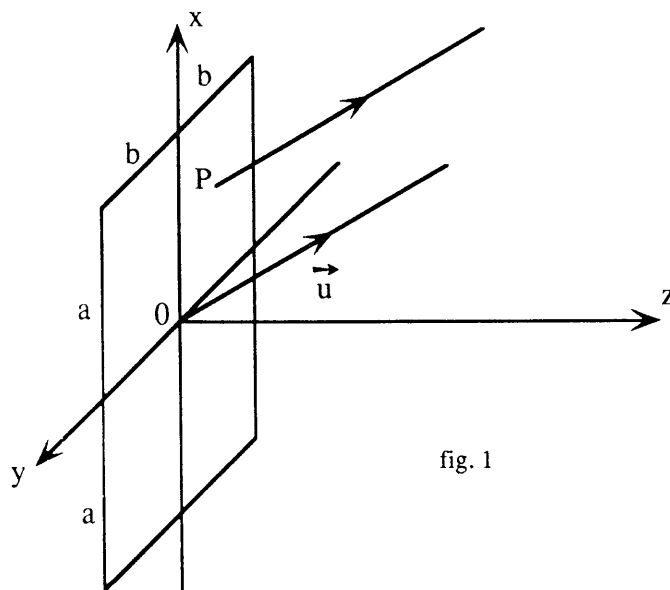
I - DIFFRACTION A L'INFINI PAR UNE OUVERTURE RECTANGULAIRE

Une ouverture rectangulaire de cotés $2a$ et $2b$ est découpée dans un écran opaque, situé dans le plan Oxy (voir figure 1), l'espace étant repéré par rapport au trièdre $Oxyz$.

On éclaire cette ouverture par une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ , dont le plan d'onde est parallèle au plan xOy .

On observe les phénomènes de diffraction à l'infini.

- Enoncer le principe de Huygens - Fresnel dans le cas de la diffraction à l'infini. Il est demandé de faire une phrase et d'en souligner les points importants.
- Le point O est pris comme origine des phases. Calculer l'amplitude complexe $\underline{s}(\vec{u})$ de l'onde diffractée dans une direction de vecteur unitaire $\vec{u}$, de composantes (α, β, γ) dans $Oxyz$. On appelle "sinus cardinal" la fonction $\text{sinc}(x) = \sin x/x$ pour $x \neq 0$ et $\text{sinc}(0) = 1$.



- En déduire l'intensité $I(\vec{u})$. On posera I_0 l'intensité correspondant à $\alpha = \beta = 0$.

4. Proposer un dispositif permettant de visualiser le phénomène sur un écran. Décrire succinctement la figure observée sur l'écran.
5. Que devient l'expression de $\underline{s}(\vec{u})$ dans le cas d'une fente : $b \gg \lambda$? Décrire le phénomène observé.

II. PRINCIPE DE L'HOLOGRAPHIE

Une onde Σ_0 cohérente, plane, monochromatique de longueur d'onde λ , tombe sur le dispositif représenté sur la figure 2.

P est un prisme de petit angle A ($A < 10^\circ$), d'indice n , de transparence uniforme, non diffractant.

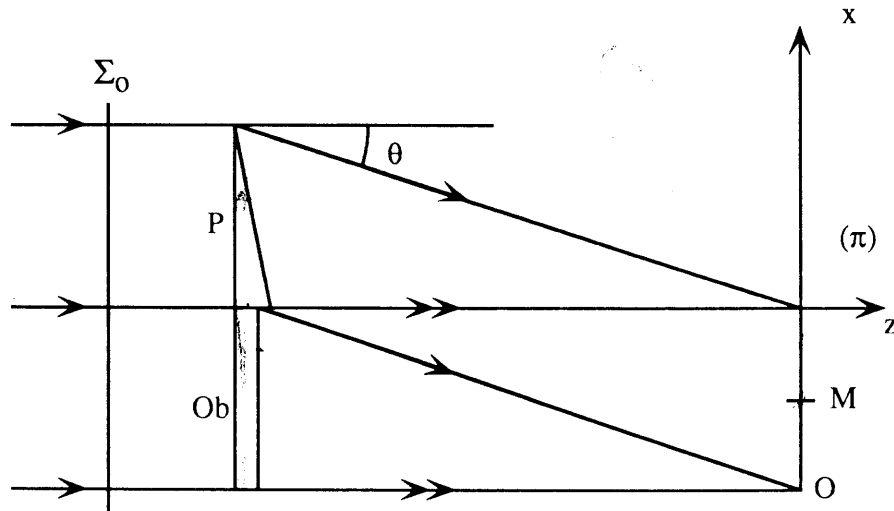


fig. 2

1. Rappeler la définition d'une onde plane. Décrire l'onde Σ_p transmise et déviée par le prisme. Cette onde est appelée onde de référence.
2. Calculer l'angle θ de déviation par le prisme en fonction de n et A .
3. En un point M du plan π , repéré par son abscisse x , l'amplitude complexe de l'onde Σ_p peut s'écrire $a_0 \cdot \exp(j\Phi_0(x))$. On pose $\Phi_0(x) = 0$ pour $x = 0$. Exprimer $\Phi_0(x)$.
4. Ob est un objet non diffractant, modifiant l'amplitude et la phase de l'onde incidente : Ob transmet une onde Σ d'amplitude complexe en M : $a(x) \cdot \exp(j\Phi(x))$.
 - a) L'onde Σ peut-elle être considérée comme plane ?
 - b) Si l'onde Σ est la seule arrivant au point M , quelle sera l'intensité en M ? Quelle est l'information concernant l'objet Ob qui est alors perdue ?
5. On envisage maintenant l'interférence des ondes Σ et Σ_p .
 - a) Sachant que les ondes interférant en M font un angle faible entre elles, quelle approximation peut-on faire relativement au calcul des amplitudes des ondes lumineuses ?
 - b) Déterminer l'intensité lumineuse $I(x)$ au point M , résultant de l'interférence des ondes Σ et Σ_p .

6. Le phénomène est enregistré sur une plaque photographique placée dans le plan π . Après le développement, la plaque photographique possède une transparence en amplitude $t(x)$, appelée hologramme. La transparence de la plaque après développement est reliée à l'intensité lumineuse I qu'elle reçoit à l'impression par : $t(x) = (I(x))^{\frac{-\gamma}{2}}$, où γ est une constante caractéristique de la plaque.

On suppose que $|a(x)|^2 \ll |a_0|^2$. Sachant que le coefficient γ prend des valeurs voisines de 3 ou 4, exprimer $t(x)$ sous une forme simple en donnant le développement limité à l'ordre 1 en $\frac{a(x)}{a_0}$.

7. On éclaire l'hologramme avec une onde plane, monochromatique de longueur d'onde λ , arrivant sous incidence normale. On considère l'hologramme comme une ouverture rectangulaire identique à celle de la question I, de dimensions $2a$ et $2b$ très grandes devant λ et de transparence $t(x)$.

a) On observe le phénomène à l'infini, dans une direction caractérisée par le vecteur unitaire $\vec{u}$ de composantes (α, β, γ) . Exprimer l'amplitude complexe de l'onde $\underline{g}(\vec{u})$ sous forme de trois intégrales.

b) En utilisant le résultat de la question I-5 et en supposant que $a(x)$ ne dépend pas de x , évaluer les trois intégrales.

Quelle différence note-t-on avec le résultat du II.4.b. On s'intéressera précisément à la nature des ondes observées au voisinage des directions θ et $-\theta$.
