

**CONCOURS D'ENTREE EN 1ère ANNEE
DU CYCLE INGENIEURS 1994**

SERIE P

COMPOSITION DE PHYSIQUE II

Samedi 28 mai 1994 de 8 h à 12 h

L'épreuve comporte trois parties d'importance comparable et pratiquement indépendantes. En outre les résultats intermédiaires donnés dans le texte rendent également indépendantes certaines questions à l'intérieur de chaque partie.

"L'usage de la calculatrice est autorisé"

PARTIE A : Roulement avec ou sans glissement d'un cylindre

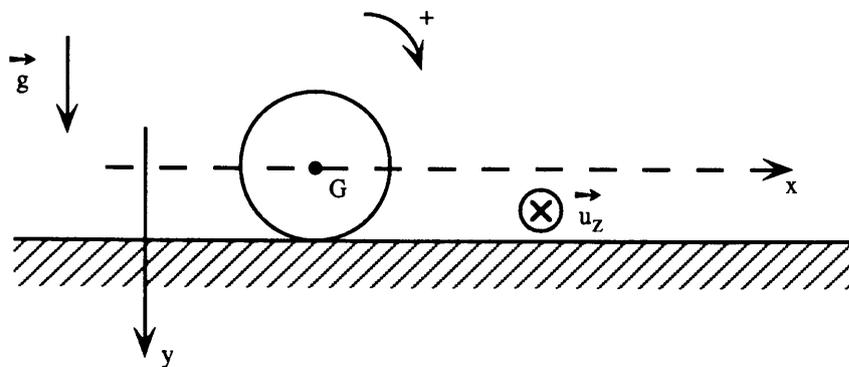


fig. 1

On considère (figure 1) un cylindre plein homogène de masse M , de rayon R_0 et de longueur h .

A $t = 0$, ce cylindre est lancé en translation sur un plan horizontal avec une vitesse \vec{v}_0 parallèle au plan et normale à l'axe du cylindre (à $t = 0$, tous les points du cylindre ont donc la même vitesse).

Les forces de contact cylindre/plan horizontal obéissent aux lois de Coulomb : il y a une force tangentielle au plan \vec{T} , une force normale \vec{N} et le coefficient de frottement sera noté f .

A.1.a. Rappeler les lois de Coulomb.

A.1.b. Calculer le moment d'inertie J du cylindre par rapport à son axe.

A.1.c. Déterminer $\dot{x}(t)$, vitesse de G et $\omega(t)$, vitesse angulaire de rotation du cylindre.

- A.1.d. Déterminer à un instant t quelconque la vitesse d'un point du cylindre qui se trouve à cet instant au contact avec le plan horizontal.
- A.1.e. Calculer l'instant t_1 à partir duquel peut commencer une phase de roulement sans glissement.
- A.2. On suppose qu'à $t > t_1$ il y a roulement sans glissement.
- A.2.a. Par un raisonnement énergétique, établir alors que la vitesse \vec{v}_G du centre d'inertie du cylindre est constante, égale à une valeur \vec{v}_1 que l'on calculera.
- A.2.b. En déduire que la condition mécanique de roulement sans glissement des lois de Coulomb est bien réalisée.
- A.3. Calculer le travail de la force tangentielle \vec{T} entre les instants $t = 0$ et t_1 . Comparer l'énergie cinétique du cylindre à $t = 0$ à celle à $t = t_1$. Remarques et conclusions.

PARTIE B : Roulement sans glissement d'un cylindre dans un champ magnétique permanent

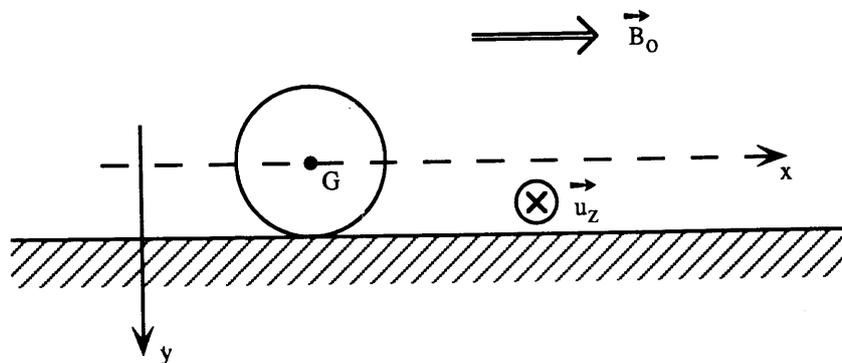


fig. 2

On s'intéresse maintenant au mouvement du cylindre dans une zone de champ magnétique uniforme et permanent \vec{B}_0 parallèle au plan horizontal et normal à l'axe du cylindre (figure 2). Le champ \vec{B}_0 existe entre les plans $z = 0$ et $z = \ell$ et est négligeable partout ailleurs. Le cylindre est suffisamment long pour que ses deux extrémités soient à l'extérieur et de part et d'autre de la zone de champ magnétique ainsi définie. On s'intéresse par la suite uniquement à ce qui se passe dans la zone où règne \vec{B}_0 . Le cylindre est constitué d'un matériau de conductivité γ .

Dans cette partie, on suppose qu'à $t = 0$ le roulement est sans glissement et que la vitesse du point G est \vec{v}_1 . On s'intéresse à la suite du mouvement.

B.1.a. Montrer qu'un courant va apparaître dans le cylindre. Quel nom porte ce courant ?

On exprimera sa densité volumique \vec{j} (M) en tout point du cylindre où règne le champ \vec{B}_0 . On négligera dans cette partie B le champ créé par les courants induits devant \vec{B}_0 .

B.1.b. Donner l'allure des lignes de courant et proposer une modélisation simple de ce qui peut se passer aux extrémités.

B.1.c. Rappeler l'expression de la puissance dissipée par effet Joule par unité de volume. Quelle est l'origine physique microscopique de l'effet Joule ? (On restera qualitatif). En travaillant en coordonnées cylindriques, en déduire la puissance P_J dissipée dans toute la zone du cylindre plongée dans \vec{B}_0 en fonction de γ , B_0 , R_0 , ℓ et de ω , vitesse angulaire instantanée du cylindre.

B.2.a. Calculer la résultante et le moment résultant en G des forces magnétiques exercées sur le cylindre. On montrera en particulier que le moment en G est $\vec{M} = -\lambda \vec{\omega}$ avec $\lambda = \frac{\pi}{4} \gamma B_0^2 R_0^4 \ell$. Vérifier l'homogénéité de ce résultat.

B.2.b. Calculer la puissance des forces magnétiques. Commentaires sur le résultat trouvé.

B.3. On suppose que le mouvement reste sans glissement.

B.3.a. Ecrire les équations de ce mouvement.

B.3.b. Calculer $\vec{v}_G(t)$, $\vec{\omega}(t)$ et en déduire l'expression de \vec{T} , force de contact tangentielle en fonction de v_1 , R_0 , λ , t et $\tau_1 = \frac{3}{2} \frac{MR_0^2}{\lambda}$.

B.3.c. En déduire la valeur limite de v_1 pour que ce mouvement existe.
Application numérique : $B_0 = 0,10 \text{ T}$; $R_0 = 10,0 \text{ mm}$; $\ell = 10,0 \text{ cm}$;
 $f = 0,10$; $g = 9,8 \text{ ms}^{-2}$; $M = 0,150 \text{ kg}$.

Calculer cette valeur limite dans les deux cas $\gamma = 1,0 \cdot 10^4 \text{ Sm}^{-1}$ et $\gamma = 1,0 \cdot 10^8 \text{ Sm}^{-1}$.

B.3.d. Connaissez-vous une application pratique de ce procédé ?

PARTIE C : Cylindre fixe dans un champ magnétique variable

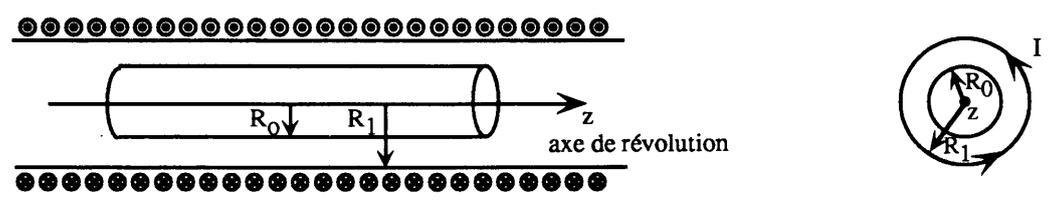


fig. 3

On considère maintenant le même cylindre de rayon R_0 , de longueur h , de conductibilité γ , mais placé dans un solénoïde très long, de même axe de révolution, de

rayon $R_1 > R_0$, réalisé avec n spires de fil par mètre et parcouru par un courant d'intensité $I = I_0 \cos(\omega t)$.

C.1. Calculer brièvement le champ magnétique \vec{B}_1 créé par le solénoïde dans le vide en tout point de l'espace, si on peut le supposer comme quasiment infini en longueur.

C.2. Donner la définition du potentiel vecteur magnétique $\vec{A}_1(M)$ en fonction de $\vec{B}_1(M)$.

Par une étude des symétries et des invariances, préciser la direction de $\vec{A}_1(M)$ en tout point et ses dépendances vis-à-vis des coordonnées cylindriques r , θ et z . (On se limitera à la forme de \vec{A}_1 la plus simple possible). En déduire une valeur possible de $\vec{A}_1(M)$ en tout point.

C.3. On admet que les vecteurs \vec{A}_1 et \vec{B}_1 calculés dans le vide en C.1 et C.2 restent valables dans le matériau du cylindre que l'on a placé dans le solénoïde. Montrer alors qu'il va apparaître un courant volumique dans le cylindre conducteur :

$$\vec{j}(M) = j_0 \frac{r}{R_0} \sin(\omega t) \vec{u}_0 \quad (\text{On précisera la valeur de } j_0)$$

C.4. On a admis que $\vec{A}_1(M)$ et $\vec{B}_1(M)$ calculés dans le vide dans les questions C.1 et C.2 restaient valables dans le matériau conducteur du cylindre.

C.4.a. Expliquez pourquoi cette hypothèse n'est plus crédible au vue du résultat de la question C.3.

C.4.b. Calculer le champ $\vec{B}_2(M)$ supplémentaire créé par le courant dans le cylindre calculé dans la question C.3.

C.4.c. Est-ce que $\vec{B}_{\text{total}} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$? Comment pourrait-on poursuivre le raisonnement et le calcul ? Qu'est-ce qui le justifie précisément ?

C.5.a. Exprimer le rapport des amplitudes des champs \vec{B}_2 et \vec{B}_1 sur l'axe. Vérifier l'homogénéité.

C.5.b. Application numérique : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ USI}$; $R_0 = 0,10 \text{ m}$; $\omega = 100 \pi \text{ rad s}^{-1}$. Calculer ce rapport dans les deux cas $\gamma = 10^4 \text{ Sm}^{-1}$ et $\gamma = 10^8 \text{ Sm}^{-1}$. Quelle valeur de γ faut-il retenir pour avoir un champ magnétique quasiment uniforme à l'intérieur ? On se placera dans ce cas pour toute la suite.

C.6.a. Calculer la puissance Joule élémentaire dP_J créée par le courant \vec{j} entre deux cylindres de hauteur h , l'un de rayon r , l'autre de rayon $r + dr$.

C.6.b. Calculer la valeur moyenne temporelle de la puissance Joule précédente. On l'exprimera en fonction de γ , R_0 , h , r , dr et j_0 .

C.7. L'effet Joule chauffe le cylindre :

C.7.a. Etudier les invariances pour prévoir la dépendance spatiale de la température $T(M,t)$ dans le matériau.

C.7.b. Rappeler la loi de Fourier. On notera χ la conductivité thermique, supposée indépendante de la température. Calculer la puissance thermique qui passe à travers la surface latérale d'un cylindre de rayon r et de hauteur h .

C.7.c. On s'intéresse au bilan énergétique pour le volume compris entre les deux cylindres de hauteur h , de rayon r et $r + dr$: pourquoi faut-il utiliser la valeur moyenne temporelle de la puissance Joule lors de ce bilan ?

On s'intéresse au régime permanent $\left(\frac{\partial T}{\partial t} = 0\right)$. En déduire l'équation différentielle vérifiée par $T(M)$.

C.7.d. Calculer le profil de température $T(r)$.

C.7.e. Calculer l'écart entre la température sur l'axe de révolution du cylindre et sur la surface du cylindre.

Application numérique : Amplitude du champ magnétique $\vec{B}_1 : 0,10 \text{ T}$;
 $\chi = 1,0 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$.
